

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Южно-Уральский государственный университет
(национальный исследовательский университет)
Филиал в г. Миассе
Кафедра минералогии и геохимии

В.А. Муфтахов
Н.С. Чухарева

ГЕОХИМИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ПОИСКОВ
МЕСТОРОЖДЕНИЙ ПОЛЕЗНЫХ
ИСКОПАЕМЫХ. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К
САМОСТОЯТЕЛЬНОМУ И ПРАКТИЧЕСКИМ
РАБОТАМ

Челябинск
Издательский центр ЮУрГУ
2022

*Одобрено
учебно-методической комиссией
филиала ЮУрГУ в г. Миассе*

*Рецензент:
к.г.-м.н., декан Н.Н. Анкушева*

Геохимические методы поисков месторождений полезных ископаемых. Методические указания к самостоятельным и практическим работам / составители В.А. Муфтахов, Н.С. Чухарева. – Челябинск: Издательский центр ЮУрГУ, 2022. – 45 с.

Приведены методические указания к самостоятельным и практическим работам по курсам «Геохимические методы поисков месторождений полезных ископаемых» и «Прикладная геохимия и геохимические методы поисков месторождений полезных ископаемых» для студентов геологического факультета. Издание содержит тематику, задания и требования к выполнению практических работ в объеме курса, способствующие усвоению, закреплению пройденного материала и проверке знаний. Структура пособия отражает последовательность изложения материала, принятую в рабочих программах дисциплин «Геохимические методы поисков месторождений полезных ископаемых» и «Прикладная геохимия и геохимические методы поисков месторождений полезных ископаемых».

Методические указания предназначены для студентов геологического факультета очной и заочной форм обучения по направлению подготовки 05.03.01 «Геология» и специальности 21.05.02 «Прикладная геология».

© Издательский центр ЮУрГУ, 2022

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение.....	4
Характеристика геохимических методов поисков.....	4
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 1. Законы распределения случайной величины. Построение гистограмм, дифференциальных и интегральных кривых распределения. Вычисление статистических параметров.....	10
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 2. Корреляционный анализ. Вычисление парного и рангового коэффициентов корреляции.....	25
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 3. Параметры геохимического поля. Определение фоновых и аномальных значений геохимического поля.....	30
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 4. Определение зональности эндогенных ореолов.....	36
Приложение 1.....	41
Приложение 2.....	42
Приложение 3.....	43
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК.....	45

Введение

На всех стадиях геологоразведочного процесса важная роль принадлежит геохимическим методам поисков и разведки месторождений полезных ископаемых. Это определяет общую направленность геологосъемочных, поисковых и разведочных работ к обнаружению локальных концентраций химических элементов с целью выбора объектов для промышленной разработки. Прямой метод выявления таких концентраций — геохимические поиски.

В основе геохимических методов поисков месторождений полезных ископаемых лежат четыре важнейших положения геохимии, имеющие первостепенное прикладное значение и подтвержденные бесспорными опытными данными:

- а) повсеместное распространение химических элементов во всех геосферах
- б) непрерывная миграция (перемещение) элементов во времени и пространстве;
- в) многообразие видов и форм существования элементов в природе;
- г) преобладание рассеянного состояния элементов над концентрированным, особенно для рудообразующих элементов.

Методическое пособие составлено в соответствии с рабочей программой дисциплины «Геохимические методы поисков месторождений полезных ископаемых», предусматривающей проведение лекционных занятий и практических работ студентами по специальности «Прикладная геология» очного и заочного обучения, и является практическим руководством для изучения дисциплины «Геохимические методы поисков месторождений полезных ископаемых»:

Для выполнения практических работ в методических указаниях даются необходимые материалы. Исходным материалом служит теоретический материал лекций, учебная и методическая литература, приведенная в конце пособия.

Характеристика геохимических методов поисков

В зависимости от характера опробуемого материала и конкретных задач поисковых и разведочных работ геохимические методы поисков разделяются на четыре группы:

1. Литогеохимические методы, основанные на выявлении первичных и вторичных ореолов рассеяния рудообразующих элементов и косвенных элементов индикаторов оруденения, а также для прямых и косвенных признаков газонефтеносности в литосфере (в коренных и рыхлых образованиях);
2. Гидрогеохимические — базирующиеся на выявлении ореолов оруденения и признаков газонефтеносности в гидросфере (в подземных водах и открытых водотоках);
3. Биогеохимические — основанные на выявлении ореолов оруденения и признаков газонефтеносности в биосфере (растительных и животных организмах);
4. Атмогеохимические — базирующиеся на выявлении ореолов оруденения и признаков газонефтеносности в почвенном воздухе и приземном слое атмосферы.

Литогеохимические методы поисков основаны на изучении закономерностей распределения химических элементов в литосфере и проводятся с целью выявления месторождений по их *первичным* ореолам в рудовмещающих породах или по *вторичным* (гипергенным) ореолам и *потокам рассеяния* в рыхлых продуктах выветривания и перекрывающих отложениях.

Объемы выполнения литохимических поисков существенно превышают все другие виды геохимических работ. Это обусловлено наиболее тесными пространственными и генетическими связями литохимических ореолов и потоков рассеяния с рудными телами, за счет которых они формируются.

1. Первичный геохимический ореол рудного тела представляет собой окаймляющую рудное тело зону рудовмещающих пород, обогащенную или обедненную теми или иными элементами в результате их привноса, выноса или перераспределения в процессе рудообразования.
2. Вторичным литохимическим ореолом рассеяния химических элементов называется локальная зона аномально повышенных содержаний, характерных для данного месторождения элементов в современных или древних рыхлых отложениях и почвах или в перекрывающих отложениях. Образуются в результате гипергенного разрушения этого месторождения и (или) его первичных ореолов и последующей миграцией образовавшихся продуктов разрушения. В

зависимости от формы миграции выделяются механические, солевые, и сложные ореолы рассеяния.

3. Литохимическими потоками рассеяния называют линейные зоны повышенных концентраций элементов, образовавшиеся под действием посторонних агентов переноса. Такими посторонними агентами могут быть воды (реки, ручьи и тд.), ледники и ветер. Соответственно, выделяются речные (водные), ледниковые и эоловые потоки рассеяния. Большинство потоков рассеяния, используемых при поисках, связано с водным переносом. В направлении стока содержания химических элементов убывают, постепенно приближаясь к значениям, соответствующим местному геохимическому фону.

Гидрогеохимические методы поисков базируются на изучении геохимических и гидродинамических закономерностей распределения рудных элементов в природных водах и процессов их взаимодействия с вмещающими породами.

Главной задачей гидрохимических поисков является оценка рудной перспективности района. Эта задача выполняется путем выявления источников рассеяния рудного вещества в водных бассейнах (получения информации о наличии рудной минерализации под мощным покровом рыхлых отложений в любых геоморфологических и климатических условиях).

В закрытых слаборасчлененных районах с редким распространением поверхностных рудопоявлений гидрохимические поиски следует сочетать с литохимическим опробованием и геофизическими исследованиями.

Применению гидрохимических методов поисков должен предшествовать детальный анализ всех факторов, влияющих на их эффективность – геологических, ландшафтных, организационных, экономических и т.д.

Применение гидрохимического метода целесообразно:

1. В труднодоступных горных районах, где опробование литохимических ореолов технически сложно;
2. Для поисков глубокопогребенных рудных тел;
3. Для выявления погребенных рудоконтролирующих структур (разломов, интрузий и т.д.);
4. Для выявления зон пластового окисления.

Биогеохимические методы поисков основаны на выявлении вторичных ореолов рассеяния элементов-индикаторов руд в живых организмах и их остатках, называемых биогеохимическими ореолами. В настоящее время практическое значение имеет только метод,

использующий в качестве объектов опробования наземные растения и их остатки (торф, лесную подстилку, гумусовый горизонт почв).

Основными факторами, влияющими на формирование биогеохимических ореолов рудных месторождений в растениях, являются:

1. Доступность для растений минеральных и химических форм элементов-индикаторов, находящихся в корнеобитаемой зоне почв и почвообразующих породах;
2. Величина поверхности контакта корневых систем растений с лито-, гидро- и атмохимическими ореолами рассеяния;
3. Наличие и величина антиконцентрационных физико-биологических барьеров против высоких концентраций рудных элементов в питающей среде;
4. Степень обводненности почв;
5. Климат.

Биогеохимические поиски возможны только по биообъектам, у которых антиконцентрационные барьеры либо отсутствуют, либо имеют высокие предельные уровни, существенно превышающие биогеохимический фон.

Атмогеохимические методы поисков основаны на изучении распределения газовых компонентов в подземной и приземной атмосфере с целью выявления газовых ореолов рассеяния месторождений полезных ископаемых. Наиболее перспективное применение атмохимических методов имеет место быть при выявлении погребенных месторождений.

Известно три группы газов, формирующих атмохимические ореолы рассеяния рудных месторождений.

1. Первичные газы – компоненты процесса рудообразования. Для гидротермальных процессов это углекислый газ, аргон, сероводород, метан, водород, летучие соединения галогенов и ряд других элементов. Наличие их в рудных телах доказано исследованиями состава газовой-жидких включений в минералах.
2. Газы, поступающие с глубины по зонам разрывных нарушений, в которых могут быть локализованы рудные тела. Эти газовые компоненты (углекислый газ, гелий, водород, углеводородные газы, аргон, пары ртути) являются продуктами дегазации мантии. Образование некоторых газовых компонентов обусловлено радиоактивным распадом (радон, торон, актинон), что широко используется при поисках радиоактивных руд.
3. Газовые компоненты, образующиеся в результате процессов, протекающих в зоне окисления. Взаимодействие кислых сульфатных растворов с рудным веществом и вмещающими породами, бактериальное разложение сульфидов приводят к накоплению углекислого газа, сероводорода и сернистого газа при

одновременном уменьшении содержания кислорода в подземной атмосфере зоны окисления сульфидных месторождений.

Авторы данного пособия считают разумным остановиться на более детальном рассмотрении **литохимического метода поисков по первичным ореолам** месторождений полезных ископаемых.

Данный метод основан на выявлении и использовании в качестве поисковых признаков геохимических аномалий, сингенетичных с месторождениями полезных ископаемых. Поиски по первичным ореолам осуществляются путем систематического опробования горных пород, вмещающих месторождения. Особенности распределения элементов-индикаторов оруденения в первичных ореолах учитывается на всех стадиях геологоразведочного процесса.

Методика поисков месторождений полезных ископаемых по их первичным ореолам определяется масштабом работ, а также степенью обнаженности участков поисков, мощностью и характером рыхлых отложений.

Опытно-методическими работами по изучению первичных ореолов решаются следующие основные задачи:

1. Установление комплекса элементов, образующих первичные ореолы вокруг рудных тел типоморфных для района поисков месторождений;
2. Определение величины геохимического фона каждого из элементов-индикаторов, развитых в районе рудовмещающих пород;
3. Выявление ширины и по возможности вертикальной протяженности ореолов для различных элементов-индикаторов;
4. Установление ряда вертикальной (осевой) зональности первичных ореолов и характера поперечной и продольной зональности;
5. Выявление коэффициентов зональности, наиболее эффективных для интерпретации первичных ореолов;
6. Установление закономерных связей параметров месторождений (рудных тел) и их первичных ореолов;
7. Выявление геохимических критериев оценки вероятного масштаба оруденения.

При выборе участков для проведения опытно-методических изысканий, предпочтение отдается тем, где известны типичные для района работ месторождения с хорошо разведанными рудными телами. Наиболее благоприятные результаты опробования горных выработок и буровых скважин, которые расположены в одном разрезе и пересекают рудное тело на различных уровнях.

Установление элементов-индикаторов производится путем:

1. изучения имеющихся результатов химических и спектральных анализов штучных, бороздовых и технологических проб;

2. построения графиков, а также планов и разрезов, характеризующих распределение химических элементов в коренных породах;
3. анализа и сопоставления полученных данных с результатами изучения первичных ореолов аналогичных месторождений.

Первичные геохимические ореолы изучаются путем опробования рудовмещающих пород по серии заранее выбранных разрезов или профилей, обычно ориентированных вкрест простирания рудолокализирующих структур.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 1

Законы распределения случайной величины. Построение гистограмм, дифференциальных и интегральных кривых распределения.

Вычисление статистических параметров

В процессе геохимических поисков получают большой объем цифрового фактического материала, (измерения в сотнях точек наблюдения, отбор сотен и тысяч проб, результаты их анализов на 20-25 и более элементов), Весь получаемый объем информации невозможно обобщить, проанализировать и сделать необходимые выводы без применения математической обработки.

Для получения однозначных геохимических показателей, количественно характеризующих тот или иной природный геологический объект (неизменные горные породы, околорудные метасоматиты, геохимические ореолы и аномалии, рудные тела и т.д.), а также для объективного сравнения этих показателей. с целью использования их сходства или различия для поисков месторождений полезных ископаемых требуется применение единой методики обработки геохимической информации. Такой методикой математической обработки геохимических данных является теория вероятностей и математической статистики.

Распределение химических элементов в геологических телах определяется их генезисом этих образований. При этом на характер распределения элементов оказывает влияние множество причин, учесть которые на данном уровне наших знаний невозможно. Поэтому даже в однородных неизменных горных породах наблюдаются колебания, иногда очень значительные, содержания химических элементов. Однако, применяя статистические методы обработки почти всегда можно выявить количественные закономерности в распределении химических элементов и определить конкретные геохимические величины, характеризующие изучаемый объект.

Совокупность значений содержаний химического элемента, отражающая статистические закономерности распределения этого элемента в конкретном природном образовании, может быть названа *геохимической совокупностью*, которую можно было получить по результатам анализа бесконечно большого количества проб с бесконечно малым шагом опробования, охватывающих полностью все изучаемое геологическое тело.

При геохимических исследованиях мы всегда имеем дело с результатами анализов ограниченного числа проб по конкретному геологическому объекту. Совокупность результатов этих анализов называется *геохимической выборкой*.

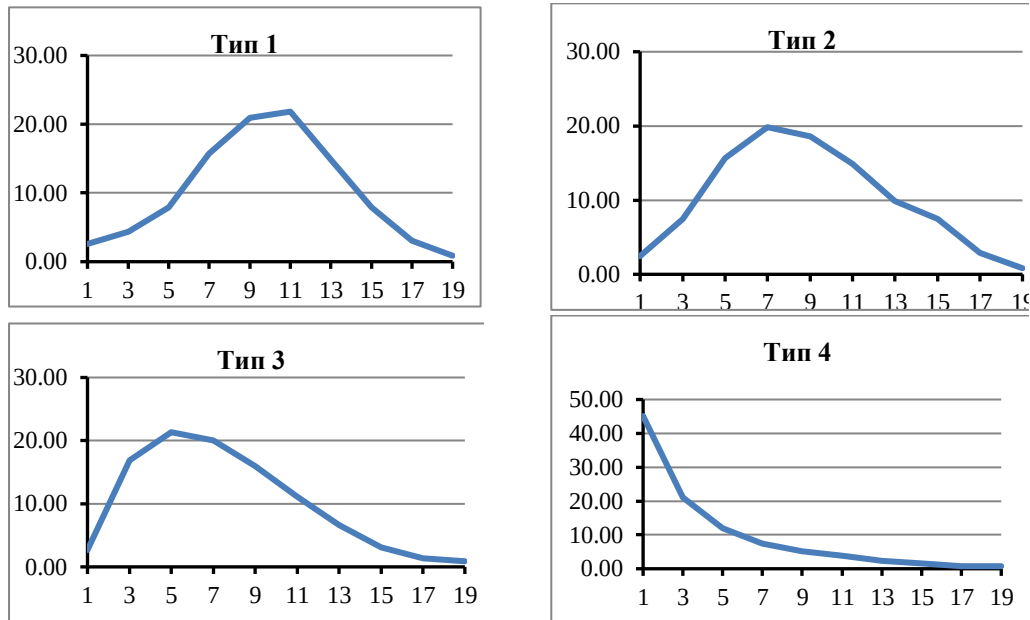
ВАЖНО (!) чтобы геохимическая выборка была однородной. Она должна состоять из проб, отобранных из однородного геологического тела.

Для выяснения характерных геохимических закономерностей в распределении химических элементов в горных породах необходимо сгруппировать исходные данные по какому-либо признаку. Иначе выявить закономерности в распределении исследуемой случайной величины будет практически невозможно. При геохимических методах поиска в качестве такого признака принимают величину содержания химического элемента, которые определяются как случайные величины.

1.1. Типы кривых распределения, наиболее часто встречающиеся в практике геохимических работ

При исследовании конкретных геохимических выборок, характеризующих определенные природные образования, первым этапом статистического анализа является установление закона (вида функции) распределения содержаний химического элемента.

Кривые распределения могут иметь бесконечное разнообразие форм, но в практике проведения геохимических поисков наиболее часто встречаются 5 основных типов вариационных кривых распределения химических элементов и минералов в горных породах (рис. 1).



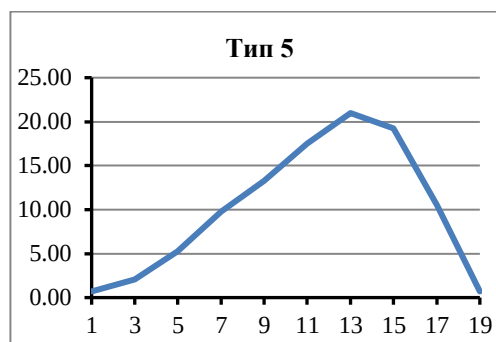


Рис. 1. Основные типы вариационных кривых (описание типов в тексте)

Кривые 1 типа описываются *нормальным* законом распределения вероятностей, характеризуются симметричной формой и геохимически соответствуют равномерному распределению элемента в минералах, которые также распределены равномерно в породе.

Кривые 2 типа описываются *логнормальным* законом распределения, характеризуются незначительной левосторонней (положительной) асимметрией. Такая форма кривой соответствует неравномерному распределению элемента в минералах при равномерном распределении последних в породе, либо неравномерному распределению минералов при равномерном распределении в них элемента.

Нормальный и логнормальный законы распределения элементов встречаются наиболее часто. Однако часто эмпирические вариационные кривые или данные расчетов не укладываются в рамки нормального и логнормального распределения, имея положительную асимметрию, превышающую асимметрию логнормального распределения. В этом случае кривые приобретают вид 3 типа. Геохимически это соответствует неравномерному распределению элементов в минералах, которые также неравномерно распределены. Такой характер распределения также возможен при наложении на первичное распределение последующих процессов привноса или перераспределения этого элемента (Толстой, 1964).

Кривая 4 типа получается тогда, когда аналитические возможности аппаратуры из-за низкой чувствительности не позволяют определять достоверно содержание элемента, находящегося в породе в кларковых или близких к ним количествах.

Вариационные кривые 5 типа с правосторонней (отрицательной) асимметрией характерны для некоторых породообразующих элементов, а также для распределений элементов в породах, подвергшихся процессам выщелачивания.

Таким образом, породообразующие элементы в основном подчиняются нормальному закону распределения и характеризуются 1 типом вариационных кривых и редко 5 типом. Элементы рудные и рассеянные в

основном распределяются согласно логнормальному закону (2 тип вариационных кривых) и реже характеризуются 3 типом вариационных кривых.

Нормальный закон распределения

Нормальное распределение имеет место тогда, когда на случайную величину действует большое число независимых или слабо зависимых равнозначимых факторов. В случае резкого преобладания одного из факторов, распределение обычно соответствует логнормальному или какому-либо другому распределению.

Функция распределения случайной величины характеризует вероятность попадания этой случайной величины (в нашем случае содержания химического элемента в пробе) в тот или иной интервал содержаний. Поэтому дифференциальные кривые могут быть названы кривыми плотности вероятности.

Нормальное распределение является непрерывным распределением с плотностью вероятности

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

где x — значение случайной величины;

μ - математическое ожидание случайной величины;

σ^2 - дисперсия случайной величины

σ – среднеквадратическое отклонение случайной величины

Математическим ожиданием случайной величины называется сумма произведений всех возможных значений случайной величины на вероятность появления этих значений. Это истинное среднее содержание элемента в исследуемой геохимической совокупности. Его точную величину установить невозможно и судить о ней приходится по приближенной характеристике, получаемой из геохимической выборки. Эта приближённая характеристика называется оценкой математического ожидания или *выборочной средней*.

Выборочная средняя равна среднему арифметическому содержания ($\bar{x}$) и определяется по формуле:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N}$$

где. x_i - содержания элемента в отдельных пробах;

N - общее количество проб в выборке.

Дисперсия является мерой рассеяния содержаний элемента вокруг математического ожидания. Приближенной оценкой истинной дисперсии

σ^2 является выборочная (эмпирическая) дисперсия S^2 которая вычисляется по формуле:

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N-1}$$

Мерой рассеяния содержаний элемента вокруг выборочной средней является также среднее квадратичное отклонение S , которое представляет собой корень квадратный из выборочной дисперсии S^2 . Иногда среднее квадратичное отклонение называют стандартным отклонением или стандартом.

В качестве относительной характеристики величины рассеяния часто используется коэффициент вариации (V), определяемый по формуле:

$$V = \frac{S}{\bar{x}} \times 100\%$$

В случае сгруппированной выборки оценки параметров распределения $\bar{x}$ и S^2 определяются по формулам:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^N \hat{x}_i \times n_i}{N}$$

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (\hat{x}_i - \bar{x})^2 \times n_i}{N-1}$$

где $\hat{x}_i$ - середина i -го интервала;

n_i - количество проб (частость) в данном интервале.

При нормальном распределении вариационная кривая симметрична относительно моды.

Модой распределения (Mo) называется абсцисса максимума кривой. Она показывает наиболее часто встречаемое содержание в пробах исследуемой выборки. Для нормального распределения $Mo = \bar{x}$

Для кривой теоретического нормального распределения асимметрия (A) равна нулю. Асимметрия служит численной характеристикой, характеризующей меру скошенности эмпирической кривой распределения, т.е. отклонение ее от нормальной кривой вправо или влево. Асимметрия имеет знак «+», если кривая смещена вправо и знак «-», если скошенность левосторонняя. Асимметрия определяется по формуле:

$$A = m_3 / S^3$$

где m_3 - выборочный момент третьего порядка, вычисляемый из выражения:

$$m_3 = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^3}{N}$$

Для сгруппированного ряда асимметрия равна:

$$A = \frac{\sum_{i=1}^N (\hat{x}_i - \bar{x})^3 \times n_i}{N \times S^3}$$

При нормальном распределении асимметрия равна нулю ($A=0$)

Вид кривой распределения и ее крутизна зависит от величины среднего квадратического отклонения σ (или S), чем больше среднее квадратическое отклонение, тем положе кривая и наоборот.

В качестве меры «вершинности» эмпирических кривых распределения, отличающихся от теоретических нормальных кривых, используется показатель, эксцесс (E). Эксцесс определяется по формулам:

$$E = m_4/S^4 - 3$$

где m_4 - выборочный момент четвертого порядка:

$$m_4 = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^4}{N}$$

Для сгруппированного ряда эксцесс равен:

$$E = \frac{\sum_{i=1}^N (\hat{x}_i - \bar{x})^4 \times n_i}{N \times S^4} - 3$$

При нормальном распределении эксцесс равен нулю $E=0$ (рис. 2)

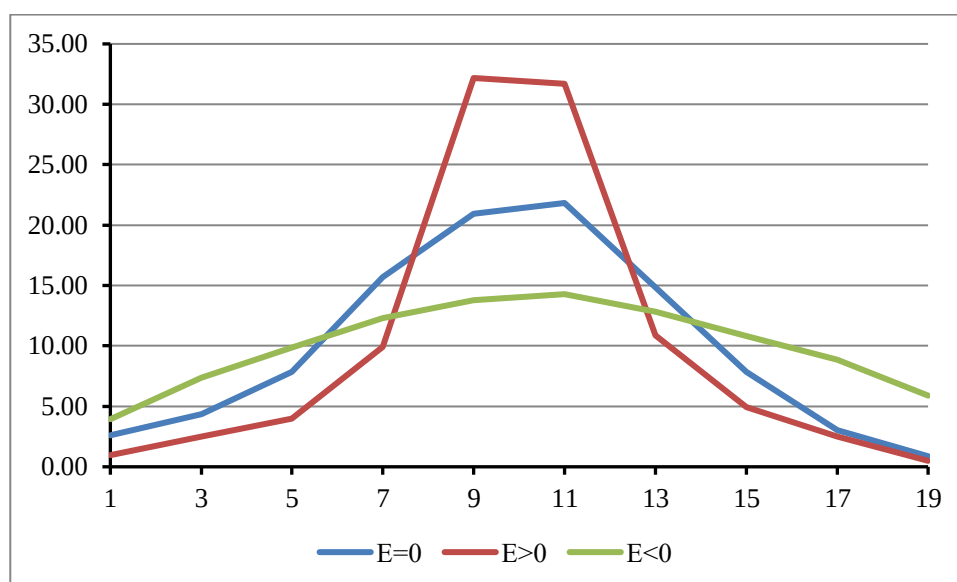


Рис. 2. Кривые плотности вероятности с различными значениями эксцесса

Логнормальный закон распределения

Во многих случаях эмпирические кривые с положительной асимметрией хорошо согласуются с логарифмически нормальным законом распределения. Характерным свойством логнормального распределения является изменение формы асимметричной дифференциальной кривой (+А) на симметричную, если в качестве случайной величины использовать не содержания химических элементов, а их логарифмы. Таким образом, логнормальное распределение — это нормальное распределение логарифмов содержаний химических элементов и, соответственно, обладает всеми свойствами нормального распределения.

Функция распределения плотности вероятности логнормального распределения равна:

$$f(y) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-(y-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

где $y = \lg x$

μ - математическое ожидание случайной величины y ;

σ^2 - дисперсия случайной величины y ;

σ – среднеквадратическое отклонение случайной величины y

Для логнормального распределения оценкой математического ожидания является среднее арифметическое логарифмов содержаний:

$$\overline{\lg x} = \frac{\sum_{i=1}^N \lg x_i}{N}$$

где $\lg x_i$ — частные значения логарифмов содержаний;

N — общее количество проб в выборке.

Приближенной оценкой дисперсии σ^2 является выборочная дисперсия S_{lg}^2 определяемая по формуле:

$$S_{lg}^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (\lg x_i - \overline{\lg x})^2}{N-1}$$

Среднее квадратическое отклонение равно:

$$S_{lg} = \sqrt{S_{lg}^2}$$

Коэффициент вариации для логнормального распределения определяется выражением:

$$V_{lg} = \sqrt{(10^{S_{lg}^2} - 1)}$$

Для сгруппированной выборки параметры логнормального распределения $\overline{\lg x}$ и $\lg S^2$ определяются по формулам:

$$\overline{\lg x} = \frac{\sum_{i=1}^N \widehat{\lg x}_i \times n_i}{N}$$

$$\lg S^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (\widehat{\lg x}_i - \overline{\lg x})^2 \times n_i}{N-1}$$

где $\widehat{\lg x}_i$ - середина i -го интервала логарифмов.

Величина асимметрии и эксцесса при логнормальном распределении вычисляются по формулам:

$$A_{lg} = \frac{\sum_{i=1}^N (\lg x_i - \overline{\lg x})^3}{N \times S_{lg}^3}$$

$$E_{lg} = \frac{\sum_{i=1}^N (\lg x_i - \overline{\lg x})^4}{N \times S_{lg}^4} - 3$$

Для сгруппированного ряда:

$$A_{lg} = \frac{\sum_{i=1}^N (\widehat{lg}x_i - \overline{lg}x)^3 \times n_i}{N \times S_{lg}^3}$$

$$E_{lg} = \frac{\sum_{i=1}^N (\widehat{lg}x_i - \overline{lg}x)^4 \times n_i}{N \times S_{lg}^4} - 3$$

1.2. Группирование исходных данных, вычисление относительных и накопленных частот

Группирование величин содержаний химических элементов обычно производится по интервалам. Величины интервалов выбираются равными, исходя из условия, что без большой ошибки все содержания, попадающие в конкретный интервал, можно приравнять к середине этого интервала.

Без потери статистической достоверности выборку можно делить на 10-20 интервалов, с числом в интервале не менее 5.

Эмпирически получена формула приблизительной оценки величины интервала группирования нормального закона распределения:

$$K = (x_{max} - x_{min}) / (1 + 3.2 \lg N)$$

где K — величина интервала;

x_{max} , x_{min} — максимальное и минимальное содержание данного элемента в исследуемой выборке;

N — число проб в выборке.

В каждом интервале нижняя граница обозначается $x_{i \min}$, верхняя граница — $x_{i \max}$. Середина интервала:

$$x_i = (x_{i \max} + x_{i \min}) / 2$$

Для логнормального закона распределения величина интервала рассчитываются по формуле:

$$K_{lg} = (\lg x_{max} - \lg x_{min}) / (1 + 3.2 \lg N)$$

Для того, чтобы избежать отрицательных логарифмов, получаемых при содержаниях элементов в пробе меньше 1% содержания конкретных проб переводят в величины кратные $n \times 10^{-3}\%$.

После разделения выборки на интервалы производится подсчет количества проб (n_i), попавших в тот или иной интервал, и вычисление относительной частоты проб (W_i) в данном интервале. Для этого результаты анализа проб в выборке сортируют по мере возрастания содержаний и подсчитывается количество проб, попавших в тот или иной интервал. После распределения всех проб по группам вычисляется относительная частота каждого интервала по формуле:

$$W_i = n_i * 100 / N$$

где: W_i — относительная частота для i интервала;

n_i — число проб в i интервале;

N — общее число проб в выборке.

Сумма относительных частот всех интервалов должна быть равна 100%.

Вычисление накопленных частот для каждого интервала (J_i) производится суммированием относительных частот предыдущих интервалов с текущим. Так, например, накопленная частота для первого интервала будет равна относительной частоте этого же интервала: $J_1 = W_1$; Накопленная частота второго интервала будет равна уже: $J_2 = W_1 + W_2$; для третьего: $J_3 = W_1 + W_2 + W_3$ и т.д. Для последнего интервала сумма накопленных частот должна равняться 100%.

При подсчете количества проб в интервалах групп, вычислении относительной и накопительной частоты заполняется таблица (1).

Пример таблицы (1):

№ п/п	Интервалы содержаний, %	Середина интервала, %	Количество проб с данным содержанием (n_i), шт	Относительные частоты (W_i) для интервалов, %	Накопительные частоты (J_i) для интервалов, %
1	0-2	1	6	3,44	3,44
2	2-4	3	13	7,50	10,94
3	4-6	5	25	14,36	25,30
4	6-8	7	48	27,58	52,88
5	8-10	9	36	20,70	73,58
6	10-12	11	22	12,62	86,20
7	12-14	13	10	5,76	91,96
8	14-16	15	8	4,60	96,56
9	16-18	17	5	2,87	99,43
10	18-20	19	1	0,57	100,00
	Сумма		174	100	

1.3. Построение гистограмм и вариационных (дифференциальных) кривых

После группирования содержаний по интервалам для выяснения закономерностей распределения химических элементов строятся гистограммы или вариационные (дифференциальные) кривые.

Гистограммы используются для представления изучаемой выборки в графическом виде. При их построении за высоту прямоугольника берется количество проб в данном интервале или соответственные относительные частоты. По оси абсцисс откладывают величину интервалов, по оси ординат — величины относительных частот (W_i). Пример гистограммы, построенной по относительным частотам табл. 1 приведен на рисунке 3. Полная площадь всей гистограммы, состоящей из прямоугольников, равна единице.

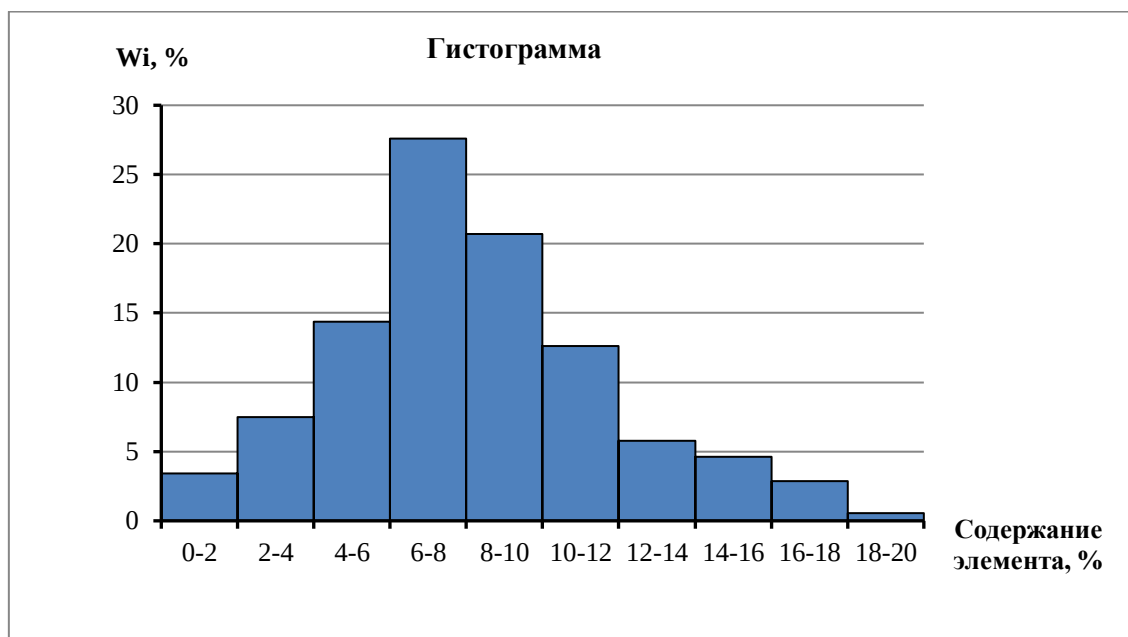


Рис. 3. Гистограмма распределения элемента

Вариационные (дифференциальные) кривые распределения строятся следующим образом. По оси абсцисс откладываются интервалы содержаний в порядке их возрастания, по оси ординат — относительные частоты (W_i). Из середины каждого интервала к оси абсцисс мысленно восстанавливается перпендикуляр, равный по величине относительной частоты. Вершина перпендикуляра отмечается на графике точкой. Точки, полученные для каждого интервала, соединяются плавной кривой, которая и является вариационной кривой исследуемого распределения. Пример вариационной (дифференциальной) кривой распределения по данным табл.1 приведен на рисунке 4.



Рис. 4. Вариационная (дифференциальная) кривая распределения элемента

1.4. Построение интегральных (накопительных) кривых

В некоторых случаях удобнее строить интегральные (накопительные) кривые.

Интегральные (накопительные) кривые распределения строятся следующим образом. По оси абсцисс откладываются интервалы содержаний в порядке их возрастания, по оси ординат — накопительные частоты (J_i). Из середины каждого интервала к оси абсцисс мысленно восстанавливается перпендикуляр, равный по величине накопительной частоты. Вершина перпендикуляра отмечается на графике точкой. Точки, полученные для каждого интервала, соединяются плавной линией, которая и является интегральной (накопительной) кривой исследуемого распределения. Пример интегральной (накопительной) кривой распределения по данным табл.1 приведен на рисунке 5.



Рис. 5. Накопительная (кумулятивная) кривая распределения элемента

Характерной точкой на накопительной кривой является медиана.

Медиана — значение случайной величины, которая делит выборку пополам. Медиана определяется следующим образом. На оси ординат графика находится значение 50 % и горизонтальной линией проводится до пересечения с кривой. С точки пересечения опускается перпендикуляр на ось абсцисс. Полученное значение случайной величины и будет медианой.

При нормальном законе распределения медиана, мода и среднее содержание равны $Me = Mo = \bar{x}$.

Задание

Определить статистические параметры распределения химического элемента: среднее содержание, дисперсию, стандартное отклонение, асимметрию и эксцесс по данным таблицы 2.

Построить гистограмму, вариационную и интегральную кривые, определить моду и медиану. Определить закон распределения элементов.

Работа по вариантам.

Таблица 2. Результаты количественного спектрального анализа, $n \times 10^{-3}\%$

№ п/п	Pb	Zn	Cu	Cr	V	As	Ni
1	21	40	19	70	70	9,3	23
2	28	39	20	65	66	8,7	16
3	23	49	29	75	67	9,3	24
4	30	51	29	63	77	8	30
5	28	40	20	50	71	6,9	30
6	26	40	26	70	73	3,8	30
7	20	56	30	70	55	4,7	23
8	37	70	34	45	83	4	29
9	28	50	25	67	70	4,1	24
10	20	38	23	83	74	3,6	20
11	8,6	63	27	80	68	3,9	40
12	19	42	26	56	72	5,4	20
13	34	45	32	45	67	4,2	23
14	34	45	32	60	100	4	34
15	20	50	31	66	78	4,6	28
16	20	40	26	83	92	4,2	34
17	26	45	27	46	85	5,1	26
18	29	50	27	53	96	5,3	36
19	34	40	28	56	114	6,6	34
20	22	61	30	45	64	4,5	19
21	50	53	36	80	82	4,2	32
22	48	57	34	77	73	4	30
23	44	54	33	76	74	4,2	32
24	46	58	30	75	70	6,4	30
25	28	41	43	37	72	4,5	20
26	23	62	90	65	78	4	34
27	40	54	30	76	76	4	29
28	18	45	50	61	59	5,8	16
29	28	56	32	53	80	4,8	30
30	45	68	25	43	62	5,6	31
31	28	76	92	68	59	4,5	29
32	28	52	39	70	63	3,8	35
33	27	54	40	90	89	5,4	41
34	27	55	30	54	83	4,5	29
35	38	54	28	80	70	3,9	28
36	20	50	56	58	63	4,3	20
37	19	54	86	57	100	4,9	20

38	32	47	53	62	65	5,2	24
39	37	40	23	80	62	3,1	37
40	16	40	31	54	64	4,8	22
41	20	43	23	41	75	3,5	19
42	29	67	54	50	82	4,8	20
43	47	65	27	41	70	3,5	29
44	25	78	55	67	74	5,6	40
45	26	54	31	56	100	6	32
46	26	45	45	40	56	4,2	20
47	35	57	30	78	55	3,6	29
48	38	42	39	72	86	3,8	35
49	25	48	64	62	71	3,9	30
50	19	82	34	40	77	3,8	17
51	40	75	44	50	85	3,7	28
52	23	50	26	53	100	7	18
53	19	40	48	57	70	6,4	43
54	36	78	46	52	82	4,2	27
55	22	78	45	56	115	5,6	25
56	45	50	38	92	93	3,8	25
57	22	64	30	63	62	3,1	21
58	20	68	33	64	47	3,7	30
59	45	75	48	54	51	3,9	33
60	31	42	30	48	54	4,5	35
61	51	82	47	72	72	7	35
62	29	56	30	42	42	8,5	30
63	46	84	50	58	58	3,1	30
64	48	80	52	60	60	3,4	32
65	48	80	53	59	59	4	31
66	47	84	51	74	74	7	30
67	28	78	34	57	57	7,2	20
68	50	85	50	70	70	7	32
69	57	84	50	75	75	7	30
70	55	80	45	77	77	7,4	28
71	52	84	48	72	72	7,4	30
72	50	100	48	70	70	7,1	32
73	54	92	51	68	68	7,4	31
74	49	80	47	60	60	6,9	34
75	38	72	38	56	56	7,2	26
76	50	113	55	72	72	7,6	30
77	27	50	35	43	43	3,7	42
78	43	72	42	62	62	7,2	25
79	30	68	29	50	50	6,1	25
80	29	49	33	40	40	3,5	20
81	25	52	30	40	40	4	20
82	25	73	45	56	56	4,3	16
83	25	50	30	49	49	3,8	40
84	29	54	26	45	45	6,5	36
85	58	85	50	60	60	7,2	20

86	32	61	80	56	56	4,7	18
87	34	79	34	58	58	4,5	20
88	35	81	36	60	60	4,4	20
89	24	51	26	64	64	4,4	21
90	58	93	55	68	68	7,5	23
91	32	75	35	55	55	7,5	20
92	33	57	30	50	50	7,2	24
93	27	48	30	58	58	6,4	41
94	24	55	27	40	40	3,8	32
95	28	65	27	47	47	3,7	34
96	26	74	30	53	53	7	27
97	32	75	37	55	55	7,2	24
98	34	72	35	59	59	7,5	23

Ход работы

1. Сгруппировать результат анализа элемента, рассчитав величину интервала. Определить количество проб в каждом интервале и вычислить относительную и накопительную частоты. Заполнить таблицу:

№ п/п	Интервалы содержаний, %	Середина интервала, %	Количество проб с данным содержанием (n_i), шт	Относительные частоты (W_i) для интервалов, %	Накопительные частоты (J_i) для интервалов, %

2. Построить гистограмму и вариационную кривую. По форме вариационной кривой определить закон распределения элемента. Если кривая имеет смещение влево (логнормальный закон распределения), то прологарифмировать значения содержаний элемента, повторить группирование и построение гистограммы и вариационной кривой.

3. Построить интегральную кривую.

4. По вариационным и интегральным кривым определить моду и медиану.

5. Вычислить среднее значение, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициент вариации, асимметрию и эксцесс, используя формулы для сгруппированных значений, согласно определенному закону распределения элемента.

6. В случае логнормального распределения элемента, перевести в действительные значения моду, медиану, среднее выборочное, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициент вариации, асимметрию и эксцесс путем антилогарифмирования.

7. Подготовить выводы по работе. В выводах кратко описывается ход работы, указывается закон распределения элемента, даются численные характеристики определенных статистических параметров.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 2

Корреляционный анализ. Вычисление парного и рангового коэффициентов корреляции

Между случайными переменными X и Y существует корреляционная зависимость, если каждому значению независимой переменной X соответствует некоторое распределение переменной Y , причем с изменением значения x_i закономерно изменяются математические ожидания $\bar{y}_i$ этих распределений.

Примерами корреляционных зависимостей в геологии могут служить связи между содержаниями определенных элементов в породе и ее радиоактивностью, между количеством магнетита и величиной магнитного поля, между содержаниями рудных компонентов и плотности руды.

По тесноте различают связь сильную, среднюю и слабую; по характеру — прямую (положительную) и обратную (отрицательную); по форме — линейную и нелинейную. При прямой зависимости увеличение значения одного параметра ведет к увеличению другого параметра. При обратной зависимости — увеличение значений одного параметра, ведет к уменьшению значения другого.

Изучение корреляционных зависимостей можно проводить табличным, графическим и аналитическим методами. Наиболее полный метод — аналитический, состоящий в установлении количественных показателей меры и формы зависимости между X и Y . Коэффициент корреляции — один из основных таких показателей.

Коэффициент корреляции меняется от -1 до $+1$. При $r > 0$ зависимость прямая, при $r < 0$ — обратная; $r = 0$ свидетельствует об отсутствии линейной связи, но не является свидетельством независимости переменных X и Y .

Парный коэффициент корреляции

Парный коэффициент корреляции (r) используется для определения зависимости между двумя количественно охарактеризованными случайными величинами и вычисляется по формуле:

$$r = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{(n - 1)s(x)s(y)}$$

где $\bar{x}$ — среднее значение выборки элемента x ;

$\bar{y}$ — среднее значение элемента y ;

$S(x)$ и $S(y)$ — стандартные отклонения элементов x и y , соответственно.

Мерой рассеяния r служит ошибка определения (δ_r), которая вычисляется по формуле:

$$\delta_r = \sqrt{\frac{1 - r^2}{n - 2}}$$

Значимость коэффициента корреляции определяется критерием Стьюдента:

$$t = \frac{r}{\delta_r}$$

Если вычисленное значение $t_{\text{эм}}$ больше табличного ($t_{\text{табл}}$) при $f=n-2$, то коэффициент корреляции значимый. Табличные значения $t_{\text{табл}}$ приведены в Приложении 1.

Вычисление парного коэффициента корреляции удобнее всего производить, заполняя таблицу (3) (пример).

x_i	y_i	$x_i - \bar{x}$	$y_i - \bar{y}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(y_i - \bar{y})^2$	$(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$
0.1	1.1	-0.25	-1.47	0.0625	2.15	0.37
0.6	4.4	0.25	1.83	0.0625	3.36	0.46
0.4	2.3	0.05	-0.27	0.0025	0.07	-0.01
0.5	3.9	0.15	1.33	0.0225	1.78	0.20
0.2	1.5	-0.15	-1.07	0.0225	1.14	0.16
0.3	2.2	-0.05	-0.37	0.0025	0.13	0.02
$\Sigma 2.1$	$\Sigma 15.4$			$\Sigma 0.175$	$\Sigma 8.63$	$\Sigma 1.19$

$$\bar{x} = 0.35; \bar{y} = 2.57$$

$$S(x) = 0.19; S(y) = 1.31$$

$$r = 0.059$$

Оценка значимости связи:

$$\delta_r = 0.5$$

$$t_{\text{эм}} = 0.12; t_{\text{табл}} = 2.78 \text{ (при } \alpha = 0,05)$$

$t_{\text{эм}} < t_{\text{табл}}$, следовательно связь незначима.

Ранговый коэффициент корреляции

Ранговый коэффициент корреляции может применяться для определения зависимости случайных величин, имеющих, как количественное (оцифрованных), так и качественное выражение (охарактеризованных категориями: много, мало, редко, следы и т.д.). Кроме того, применение рангового коэффициента корреляции не ограничено типом закона распределения.

Ранговый коэффициент корреляции вычисляется по формуле:

$$R = 1 - \frac{6 \times \sum \Delta^2}{(n^2 - 1) \times n}$$

где Δ — разность между рангом признака X и рангом соответствующего ему признака Y ;

n — объем совокупности (число пар значений X_i и Y_i).

Показатель корреляции рангов изменяется в пределах $-1 \leq R \leq +1$. При $R = 0$ линейная связь между признаками отсутствует, при $R = \pm 1$ связь функциональная. Значения $R > 0$ свидетельствуют о прямой зависимости между изучаемыми признаками, $R < 0$ — об обратной зависимости.

Методика расчета рангового коэффициента корреляции

Суть вычисления рангового коэффициента корреляции заключается в том, что в расчетах принимают участие не содержания элементов, а их ранги. Поэтому предварительно необходимо провести ранжирование, т.е. выстраивание содержаний элемента по возрастанию с присвоением им порядкового номера (предварительного ранга). Количество предварительных рангов должно совпадать с объемом выборки. В случае одинаковых содержаний элемента в нескольких пробах предварительный ранг требуется исправить, т.к. логично, что одинаковые значения содержаний должны иметь одинаковый ранг. Исправленный ранг вычисляется как среднее значений предварительных рангов в пробах, имеющих одно и то же содержание элемента. Значение исправленного ранга присваивается всем этим пробам. Например, имеем три пробы с одинаковым содержанием элемента. Их предварительные ранги: проба 1 — ранг 4; проба 2 — ранг 5; проба 3 — ранг 6. Исправленный ранг для всех трех проб будет равен 5 $((4+5+6)/3)$.

Вычисление рангового коэффициента корреляции удобнее всего производить, заполняя таблицу (4) (пример).

№ пробы	Содерж. элемента X	Предв. ранг X	Испр. ранг X	Содерж. элемента Y	Предв. ранг Y	Испр. ранг Y	Δ	Δ^2
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0,12	7	7,5	2,17	6	6,5	1,0	1,0
2	0,08	4	4,0	2,11	4	3,5	0,5	0,3
3	0,05	1	2,0	3,24	10	10	-8,0	64,0
4	0,11	6	6,0	1,87	1	1	5,0	25,0
5	0,17	10	10,0	2,17	7	6,5	3,5	12,3
6	0,12	8	7,5	2,86	9	9	-1,5	2,3
7	0,1	5	5,0	2,05	2	2	3,0	9,0
8	0,05	2	2,0	2,11	3	3,5	-1,5	2,3
9	0,05	3	2,0	2,12	5	5	-3,0	9,0
10	0,14	9	9,0	2,78	8	8	1,0	1,0

Сумма Δ^2 **126,0**

Δ — разность исправленных рангов X и Y (колонка 4 - колонка 7)

Далее вычисляется по формуле.

Ошибка определения (δ_R), вычисляется по формуле:

$$\delta_R = \frac{1}{\sqrt{n-1}}$$

Оценка значимости рангового коэффициента корреляции (R) определяется аналогично оценке r при $f = n-1$:

Если вычисленное значение $t_{\text{эмп}}$ больше табличного ($t_{\text{табл}}$), то коэффициент корреляции значимый. Табличные значения $t_{\text{табл}}$ приведены в Приложении 1.

Для примера в таблице:

$R = 0.24$

Оценка значимости связи:

$\delta_R = 0.33$

$t_{\text{эмп}} = 0.71$; $t_{\text{табл}} = 2.28$ (при $\alpha = 0,05$)

$t_{\text{эмп}} < t_{\text{табл}}$, следовательно связь незначима.

Задание

По данным таблицы для двух пар элементов определить парный и ранговый коэффициенты корреляции соответственно. Оценить значимость и сделать выводы.

Работа по вариантам.

Ход работы

1. Рассчитать парный коэффициент корреляции, заполнив таблицу

x_i	y_i	$x_i - \bar{x}$	$y_i - \bar{y}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(y_i - \bar{y})^2$	$(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$

2. Оценить значимость парного коэффициента корреляции.

3. Расчет рангового коэффициента корреляции. Присвоить предварительные ранги элементам X и Y . Для повторяющихся значений рассчитать исправленные ранги. Заполнить таблицу:

№ пробы	Содерж. элемента X	Предв. ранг X	Испр. ранг X	Содерж. элемента Y	Предв. ранг Y	Испр. ранг Y	Δ	Δ^2
1	2	3	4	5	6	7	8	9

4. Определить значимость рангового коэффициента корреляции.

5. Подготовить выводы по работе. В выводах кратко описывается ход работы, указываются значения парного и рангового коэффициентов корреляции и их значимость.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 3

Параметры геохимического поля. Определение фоновых и аномальных значений геохимического поля

Геохимическое поле – это область пространства, охарактеризованное содержаниями элементов (Cx), как функцией координат пространства и времени:

$$Cx = f(x, y, z, t)$$

Согласно закону В.И. Вернадского, в любой точке пространства (речь идет о макром мире) в том или ином количестве содержатся все химические элементы, поэтому для любого элемента в этой точке справедливо выражение:

$$0 \% < Cx < 100 \%$$

В соответствии с законами термодинамики, любой элемент стремится к состоянию равновесия, поэтому в большей своей части геохимическое поле характеризуется содержаниями элементов, близкими к усредненному значению, которое носит название *кларка* (для Земли в целом, или отдельных геосфер), или *фона* (для различных геологических структур). Процессы перераспределения и концентрирования элементов, в том числе и рудообразование, приводят к локальным отклонениям концентраций элементов от фона, называемым *аномалиями*.

Если значимость этих отклонений очевидна, аномалии называются явными. Единственным критерием для выделения явных аномалий является коллективный геологический опыт. Если аномалию нельзя признать явной, формальная граница между фоновыми и аномальными значениями определяется обычно по правилу «трех сигм» - аномальными считаются значения, которые отличаются от среднефоновых более чем на три стандартных отклонения.

Для нормального закона распределения:

$$\bar{x} - 3S > Ca_3 > \bar{x} + 3S,$$

где Ca_3 – минимально значение с вероятностью попадания в аномалию 99,74%; $\bar{x}$ – среднее арифметическое значение фона; S – стандартное отклонение фона.

Для логнормального закона распределения:

$$\frac{\tilde{x}}{\varepsilon^3} > Ca_3 > \tilde{x} \times \varepsilon^3,$$

где $\tilde{x}$ – среднее геометрическое значение фона; ε – стандартный множитель.

Аномальные содержания могут быть меньше, поэтому, чтобы не пропустить более «бедные» аномалии приходится занижать величину аномального содержания. При этом для отсева проб, в которых повышенные содержания вызваны только случайными колебаниями фона,

в аномалию можно объединить только те пробы, для которых отмечается четко выраженная пространственная корреляция. Аномальные содержания рассчитываются для единичной пробы, а также для двух (Ca_2) и девяти (Ca_1) коррелирующихся проб. Дальнейшее снижение величины аномального содержания теряет смысл, т. к. происходит его приближение к фоновому.

Описанные аномальные содержания рассчитываются по формулам:

для нормального закона: $Ca_2 = \bar{x} + 2S$; $Ca_1 = \bar{x} + S$

для логнормального закона: $Ca_2 = \bar{x} \times S^2$; $Ca_1 = \bar{x} \times S$

где Ca_2 - минимальное значение с вероятностью попадания в аномалию 95,46%;

Ca_1 — минимальное значение с вероятностью попадания в аномалию 68,26%;

В общем виде аномальные значения можно рассчитать для любого количества коррелирующих проб (не более 9) по формулам:

для нормального закона: $Ca = C_{\phi} + \frac{3S}{\sqrt{m}}$;

для логнормального закона: $Ca = C_{\phi} \times \varepsilon^{\frac{3}{\sqrt{m}}}$

где C_{ϕ} — фоновое значение содержания элемента;

m — число коррелирующих проб (не более 9)

Величины фоновых и аномальных значений можно определять графически по вариационным и интегральным кривым.

На вариационной кривой, при нормальном законе распределения, за фоновое значение принимаются мода (Mo). Максимальная амплитуда вероятности (частоты) горизонтальной линией делится на две части в соотношении 40 и 60 % (рис. 6).

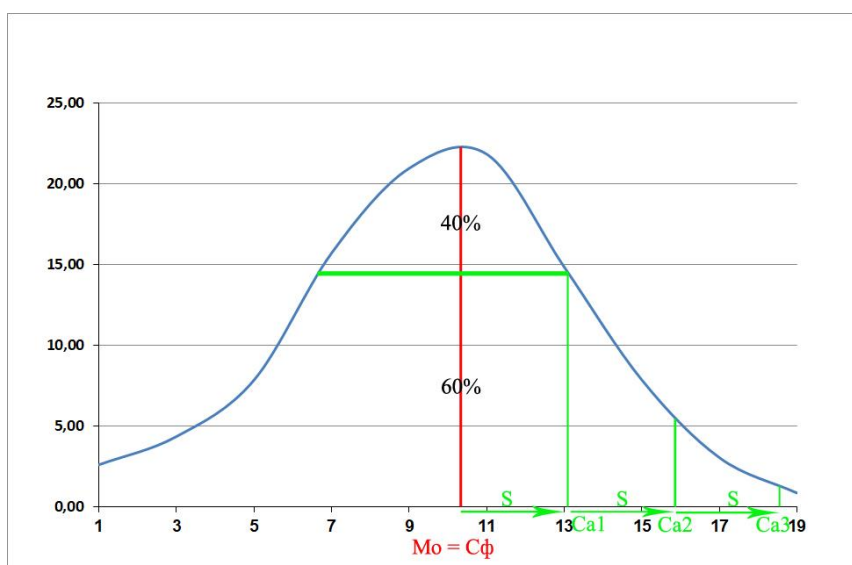


Рис. 6. Графическое определение фоновое значение, минимальных

аномальных содержаний и стандартного отклонения по вариационной кривой. Нормальный закон распределения.

В точке пересечения этой линии с кривой распределения опускается перпендикуляр на ось абсцисс. На координатной оси снимаем значение Ca_1 . Разность между Ca_1 и Mo дает нам стандартное отклонение S . Откладывая далее по оси абсцисс величину стандартного отклонения получаем значения минимальных аномальных содержаний Ca_2 и Ca_3 .

Интегральная кривая, в случае логнормального закона распределения, при логарифмировании значений случайной величины, приобретает форму прямой линии (рис. 7).

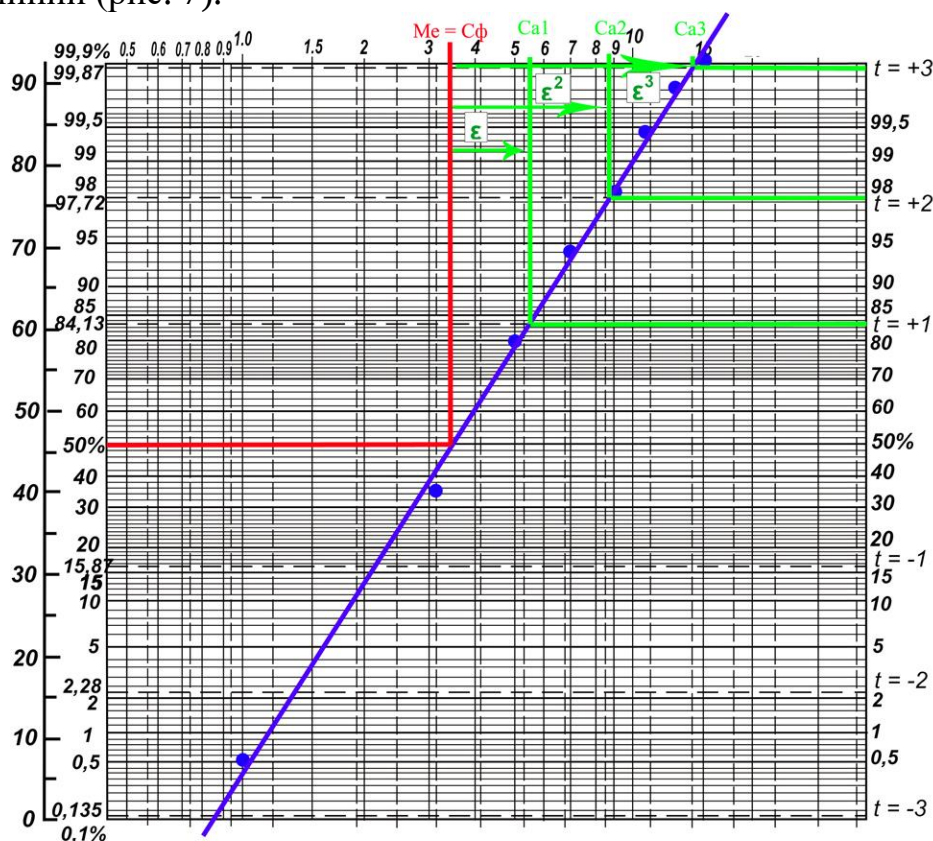


Рис. 7. Графическое определение фонового значения, минимальных аномальных содержаний и стандартного множителя по интегральной кривой. Логнормальный закон распределения.

На интегральной кривой за фоновое содержание ($Cф$) элемента принимается медианное значение. Для определения минимальных аномальных значений Ca_1 , Ca_2 и Ca_3 необходимо провести горизонтальные линии на уровне 84.13, 97.72 и 99.87 %, соответственно. Из точек пересечения вспомогательных линий с интегральной линией опустить перпендикуляры на ось абсцисс, которые отметят значения соответствующих минимальных аномальных. Разность между $Cф$ и Ca_1 является величиной стандартного множителя ϵ .

Для построения вариационных и интегральных кривых нормального и логнормального законов распределения удобно применять вероятностный трафарет Н.К. Разумовского (Приложение.2).

Аномалии характеризуются контрастностью и продуктивностью:

Контрастность аномалии: $\gamma = (C_{max} - C_{фон})/S$;

Линейная продуктивность: $M = \Delta x (\sum_{i=1}^n C_i - n \times C_{фон})$;

Площадная продуктивность: $P = L \times \Delta x (\sum_{i=1}^N C_i - N \times C_{фон})$,

где Δx – шаг пробоотбора по профилю;

L – расстояние между профилями;

n и N – число аномальных точек на профиле и в пределах всей аномалии.

Задание

1. Из представленных данных (Приложение 3) сформировать геохимические выборки для гранитов и эффузивно-осадочных пород;
2. Построить вариационные и интегральные кривые по этим выборкам (см. Практическую работу №1);
3. Проверить соответствие характера распределения меди в гранитах и вмещающих породах логнормальному или нормальному закону, пользуясь критерием Колмогорова;
4. Определить геохимический фон и пороговые значения аномальных содержаний (Ca_1 , Ca_2 и Ca_3) по вариационным кривым и графикам накопленных частот отдельно для гранитов и эффузивно-осадочных пород.
5. Построить планы геохимических аномалий по Ca_1 (синий), Ca_2 (зеленый) и Ca_3 (красный);
6. Подготовить выводы по работе. В выводах кратко описывается ход работы, указываются значения фоновых и аномальных содержаний для всех типов пород. Качественно описывается характер полученных аномалий (размер, форма, ориентировка, контрастность).

Ход работы

1. При формировании выборки требуется строго придерживаться правила ее однородности — пробы должны быть с одного типа пород в стороне от явно выраженных аномалий.
2. Расчет относительной и накопительной частостей, построение вариационных и интегральных кривых, определение закона распределения содержаний элемента проводить в соответствии с практической работой №1. Построение кривых проводить на вероятностном трафарете.
3. В практике редко бывает, когда экспериментальная кривая соответствует теоретическому распределению. Поэтому после построения

вариационных кривых и предварительного определения закона распределения (нулевая гипотеза) требуется проверка соответствия этой нулевой гипотезы действительному закону распределению. Существует несколько аналитических и графических методов. В нашей работе будем пользоваться критерием (λ), предложенным А.Н. Колмогоровым и И.В. Смирновым. Критерий λ позволяет сравнивать экспериментальное распределение с теоретическим и, по степени их соответствия, делается вывод о правильности или неправильности нулевой гипотезы.

Критерий λ вычисляется по формуле:

$$\lambda = D/\sqrt{n};$$

где $D = |N_i - \tilde{N}_i|_{\max}$ — наибольшее значение абсолютной разности между накопленными значениями частот эмпирического и теоретического распределений. Теоретическое значение λ не зависит от объема выборки и определяется только уровнем значимости. Так, для $\alpha=0.05$, $\lambda=1.35$; для $\alpha = 0.01$, $\lambda = 1.63$.

Заменяя в выражении Колмогорова D на $|\Delta y|_{\max}$ (максимальное отклонение значения содержания элемента от среднего) и подставив граничное значение $\lambda=1.35$ (для $\alpha=0.05$) получим:

$$\lambda = \frac{\Delta y \times \sqrt{n}}{100} < 1.35;$$

или

$$|\Delta y|_{\max} < \frac{135}{\sqrt{n}}$$

Таким образом, нулевая гипотеза подтвердится в случае, если максимальное отклонение значения содержания элемента от среднего не превысит граничного значения заданной точности.

Практически проверка соответствия закона распределения проводится следующим образом. На вероятностный трафарет в логарифмических шкалах наносятся точки накопительной частоты. В каждой точке в верх и вниз от нее отмечаются вычисленные значения $\pm \Delta y$, которые ограничивают зону выполнения условия критерия Колмогорова. Если внутри этой зоны можно провести прямую линию, осредняющую эмпирические точки накопительной частоты, то условие критерия Колмогорова выполняется и нулевая гипотеза верна (рис. 8).

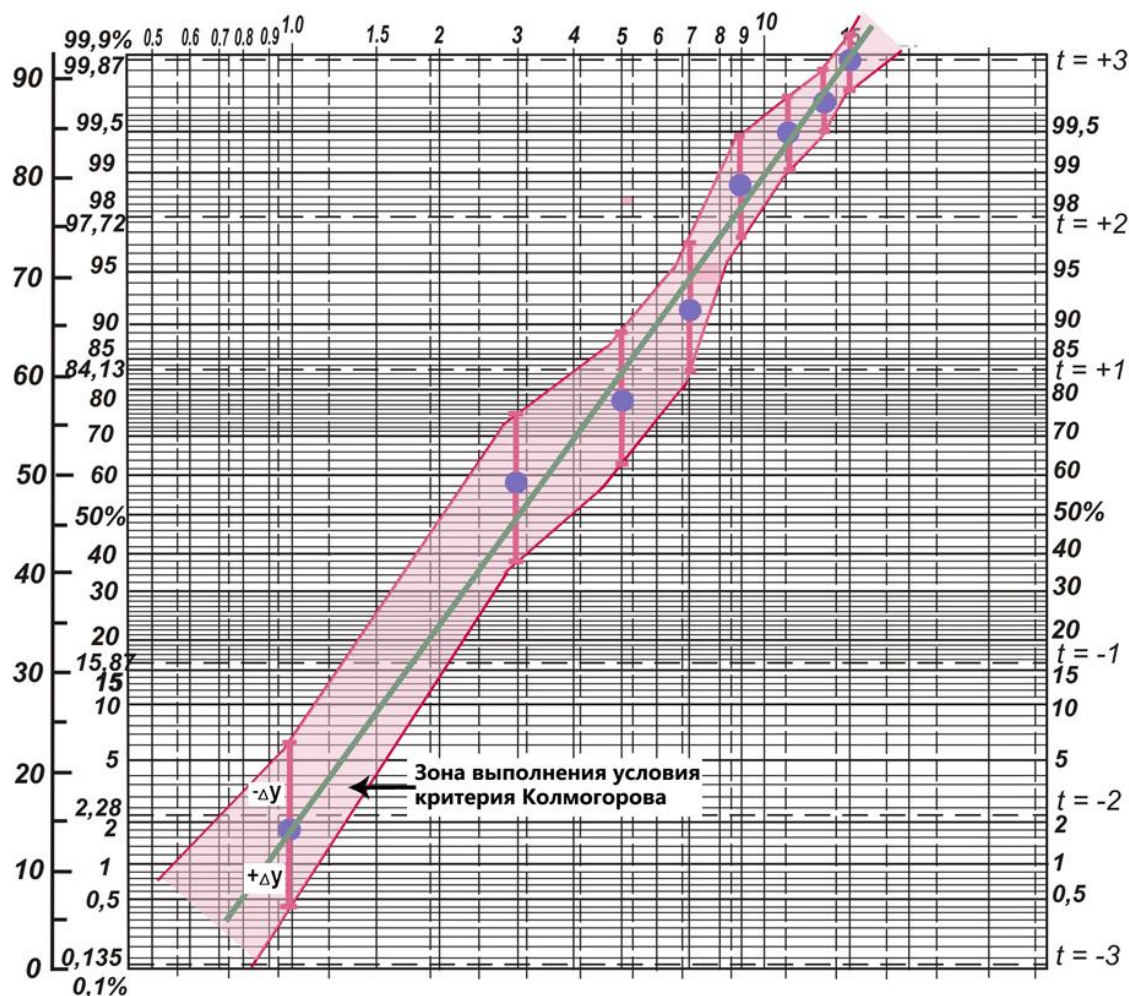


Рис. 8. Проверка соответствия нулевой гипотезы критерию Колмогорова

Если же осредняющая прямая выходит за пределы зоны выполнения условия, то нулевая гипотеза не соответствует действительному закону распределения. В этом случае для данной выборки требуется перестроить вариационные и интегральные кривые в соответствии с новыми условиями.

4. Геохимический фон и минимальные аномальные значения для гранитов и эффузивно-осадочных пород определяется по вариационным и интегральным кривым, по методике, описанной выше.

5. На карте литохимического опробования (Приложение 3) построить планы геохимических аномалий разными цветами: синий - Ca_1 , зеленый - Ca_2 , и красный - Ca_3

6. Подготовить выводы по работе. В выводах кратко описывается ход работы, указываются значения фоновых и аномальных содержаний для всех типов пород. Качественно описывается характер полученных аномалий (размер, форма, ориентировка, контрастность).

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 4

Определение зональности эндогенных ореолов

Форма первичных ореолов определяется геолого-структурными факторами. Для эндогенных месторождений это главным образом формы и направления зон трещиноватости и повышенной пористости пород. В большинстве случаев первичные ореолы развиваются согласно с рудными телами.

Важнейшей особенностью строения первичных ореолов является их зональность, которая выражается в закономерном изменении в пространстве различных их характеристик и параметров. Независимо от геологической обстановки зональность ореолов повторяет зональность самих рудных тел.

Зональность ореолов — понятие векторное, и ее параметры по разным направлениям не совпадают. По отношению к рудному телу могут быть выделены три основных типа зональности. *Осевая зональность* проявляется в направлении движения рудоносных растворов и в случае крутопадающих рудоносных зон совпадает с вертикальной, а для большинства субгоризонтальных — с горизонтальной. *Продольная зональность* отражает зональное строение ореолов по простиранию, а *поперечная* — вкрест простирания ореолов и согласных с ними рудных тел.

В основе исследования зональности первичных ореолов лежит представление о различной подвижности элементов в процессе рудоотложения. По последовательности поступления гидротермальных растворов различают зональность отложения (из единого потока флюидов) и пульсационную (из последовательно поступавших порций растворов меняющегося состава).

Последовательность отложения элементов из единого гидротермального потока в целом однотипна. Наиболее подробно ряд вертикальной (осевой) зональности изучен для сульфидных гидротермальных месторождений. В обобщенном виде он выглядит следующим образом (снизу вверх):

W – Be – As1 – Sn – Au1 – U – Mo – Co – Ni – Bi – Au2 – Cu – Zn – Pb – Ag – Hg – As2 – Sb – Ba – J, Br.

По отношению к сульфидсодержащим рудам (например, полиметаллическим) эти элементы в общем виде можно разделить на *подрудные* (W, Mo, Co, Ni), *рудные* (Cu, Pb, Zn, Au) и *надрудные* (Ag, As, Hg).

Для выявления зональности первичных ореолов существуют различные методы составления рядов зонального отложения элементов, однако наиболее широкое применение в практике геохимических работ получила методика, предложенная С.В. Григоряном и вошедшая в действующую

«Инструкцию по геохимическим методам поисков рудных месторождений». Она основана на расчете показателя зональности элементов индикаторов оруденения, которые представляют собой отношение линейной продуктивности ореола данного элемента к сумме продуктивностей ореолов всех элементов-индикаторов оруденения в первичном ореоле.

По результатам расчета составляется ряд зональности, который отражает величины относительного накопления элементов по горизонтам изучаемого первичного ореола в направлении осевой зональности. Элементы с максимальными показателями зональности на нижних горизонтах будут располагаться в левой части ряда (индикаторы нижних частей ореолов), на верхних горизонтах – в правой части.

Для уточнения местоположения в ряду зональности элементов, максимальные значения показателей зональности, которых установлены на одних и тех же горизонтах, рассчитывается градиент показателя зональности в исследуемом направлении по формуле:

$$G = \sum_{i=1}^n \frac{D_{max}}{D_i} \quad (1)$$

где G – градиент показателя зональности; D_{max} – максимальное значение показателя зональности данного элемента; D_i – значение показателя зональности данного элемента на i -горизонте; n – число горизонтов (не считая горизонта максимального накопления).

При сравнении элементов, максимальное накопление которых установлено *на крайнем нижнем горизонте*, в ряду зональности они располагаются *по убыванию градиента*, т.е. чем выше градиент, тем левее (ниже) место элемента в ряду зональности.

Когда максимальные значения показателей зональности элементов установлены *на крайнем верхнем горизонте*, в ряду зональности они располагаются *по возрастанию градиента*, т.е. чем выше градиент, тем правее (выше) место элемента в ряду зональности.

В тех случаях, когда максимальное относительное накопление нескольких элементов наблюдается *на уровне средних горизонтов*, для уточнения их местоположения в ряду зональности используется разность градиентов $G_1 - G_2$, где G_1 – градиент по восстанию рудной зоны, G_2 – градиент по падению от уровня максимального накопления элемента. Последовательность отложения этих элементов в ряду зональности будет определяться величиной разности градиентов – чем она больше, тем левее место элемента в ряду зональности и наоборот.

В качестве примера рассмотрим результаты расчета величин показателя зональности по одному из разрезов через скарново-полиметаллическое месторождение.

1. По данным линейных продуктивностей (таблица 4.1.) вычисляем показатели зональности для каждого элемента на всех горизонтах

опробования путем деления линейной продуктивности i -элемента на суммарную продуктивность элементов данного горизонта (например, $P_{Pb}/P_{Pb+Cu+Zn+Ag+Mn} = 40,75/213,79 = 0,191$). Сводим данные в таблицу (5). Для проверки правильности вычислений рассчитываем сумму показателей зональности по каждому горизонту, которая должна быть равна 1 (таблица 6).

Таблица 5. Линейная продуктивность ореолов на различных уровнях разреза

Элементы	Pb	Zn	Cu	Ag	Mn	Сумма
+100	40,75	40,66	4,07	0,586	127,72	213,79
+200	85,5	88,5	1,95	0,271	41,12	217,34
+300	28,28	30,23	1,61	0,082	73,1	133,30

Таблица 6. Показатели зональности элементов на различных уровнях

Элементы	Pb	Zn	Cu	Ag	Mn	Сумма
+100	0,191	0,19	0,019	0,003	0,597	1,00
+200	0,393	0,407	0,009	0,001	0,189	1,00
+300	0,212	0,227	0,012	0,001	0,548	1,00

2. Анализируя таблицы 5 и 6, устанавливаем, что на нижнем горизонте (+300) максимальное накопление характерно для марганца, на среднем (+200) – для свинца и цинка, на верхнем (+100) – для меди и серебра. Учитывая, что элементы с максимальным накоплением на самом нижнем горизонте будут стоять крайними слева в ряду зонального отложения, а элементы с максимальными показателями зональности на самом верхнем горизонте – крайними справа, выводим следующий ряд вертикальной зональности (снизу вверх):



В скобки заключены элементы, взаимоотношения которых между собой остаются неясными, поскольку максимальные значения их показателей зональности установлены на одних и тех же горизонтах рудной зоны.

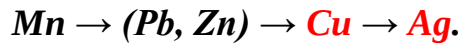
3. Для уточнения положения **Ag** и **Cu**, которые накапливаются на верхнем горизонте, рассчитываем градиенты показателей зональности по формуле (1):

$$\text{для меди} - G_{Cu} = ((0,019/0,009) + (0,019/0,012))/2 = 1,85;$$

$$\text{для серебра} - G_{Ag} = ((0,003/0,001) + (0,003/0,001))/2 = 3,33.$$

$$G_{Ag} > G_{Cu}$$

На крайних верхних горизонтах рудной зоны элементы располагаются по возрастанию градиента показателя зональности. Таким образом, место серебра в ряду зонального отложения правее (выше) меди:



4. Для **Pb** и **Zn**, максимальное относительное накопление которых приурочено к среднему горизонту рудной зоны, рассчитываем по два градиента показателя зональности – G_1 по восстанию, т.е. для вышележащих горизонтов, и G_2 по падению, т.е. для нижележащих горизонтов. Расчеты выполняем по формуле (1)

$$\text{для свинца} - G_{1Pb} = 0,393/0,191 = 2,06; G_{2Pb} = 0,393/0,212 = 1,85;$$

$$G_{1Pb} - G_{2Pb} = 0,21;$$

$$\text{для цинка} - G_{1Zn} = 0,407/0,190 = 2,14; G_{2Zn} = 0,407/0,227 = 1,80;$$

$$G_{1Zn} - G_{2Zn} = 0,35.$$

Разность градиентов показателя зональности цинка больше, что позволяет расположить его в ряду зональности левее (ниже) свинца.

Записываем вертикальный ряд зонального отложения элементов месторождения в окончательном виде (снизу вверх):



Задание

1. Для неизменных кварцевых порфиров (Приложения 1, 2) определить законы распределения **U**, **Mo** и **Pb**; Проверить соответствие законов распределения теоретическому с помощью критерия Колмогорова для каждого из элементов и графически определить их фоновые и аномальные значения.

2. Отрисовать аномалии **U**, **Mo** и **Pb** по минимальным аномальным содержаниям (Ca_1).

3. Рассчитать линейные продуктивности M_U , M_{Mo} и M_{Pb} и их отношения (M_{Mo}/M_U , M_{Mo}/M_{Pb} и M_U/M_{Pb}) для каждого из горизонтов.

4. Построить графики изменения продуктивностей и их отношений с глубиной.

5. Рассчитать ранговые коэффициенты корреляции R_{U-Mo} , R_{U-Pb} , R_{Mo-Pb} , оценить их значимость и построить графики их изменения с глубиной.

6. Рассчитать ряд зональности **U**, **Mo** и **Pb** по методу С.В. Григоряна.

7. Подготовить выводы по работе. В выводах дается качественное описание аномалий **U**, **Mo** и **Pb** их форма, интенсивность, контрастность. Дается характеристика и оценка графикам изменения продуктивностей и их отношениям с глубиной, а также оцениваются коэффициенты корреляции и графики их изменений. Определить подрудные, рудные и надрудные элементы.

Ход работы

1. По неизменным кварцевым порфирам составить выборки для урана, молибдена и свинца аналогично проделанному в Практической работе №3. Определение законов распределения элементов проводить в соответствии с указаниями Практической работы №1. Проверка на соответствие

законов распределения методом Колмогорова и графическое определение фоновых и аномальных значений — в соответствии с указаниями Практической работы № 3.

2. На разрезе (Приложение 1) отрисовать аномалию по Ca_1 в соответствии с указаниями Практической работы № 3.

3. По формуле линейной продуктивности (в Практической работе № 3) рассчитать линейные продуктивности ***U***, ***Mo*** и ***Pb*** и их отношений (M_{Mo}/M_U , M_{Mo}/M_{Pb} и M_U/M_{Pb}) для каждого из горизонтов разреза.

4. Данные свести в две таблицы соответственно и для каждого элемента (отношения) построить графики изменения продуктивностей и их отношений с глубиной. При этом по оси ординат откладываются значения продуктивностей (или отношений), а по оси абсцисс — значения глубины (уровни горизонтов, м). Оси ординат направлена вправо, ось абсцисс — вниз.

5. Рассчитать ранговые коэффициенты корреляции ***R_{U-Mo}***, ***R_{U-Pb}***, ***R_{Mo-Pb}***, оценить их значимость согласно указаниям, данным в Практической работе № 2. Построить графики их изменения с глубиной. На графиках по оси ординат откладываются значения коэффициентов корреляции, а по оси абсцисс — значения глубины (уровни горизонтов, м). Оси ординат направлены; вправо от 0 — +R, влево — -R; ось абсцисс — вниз.

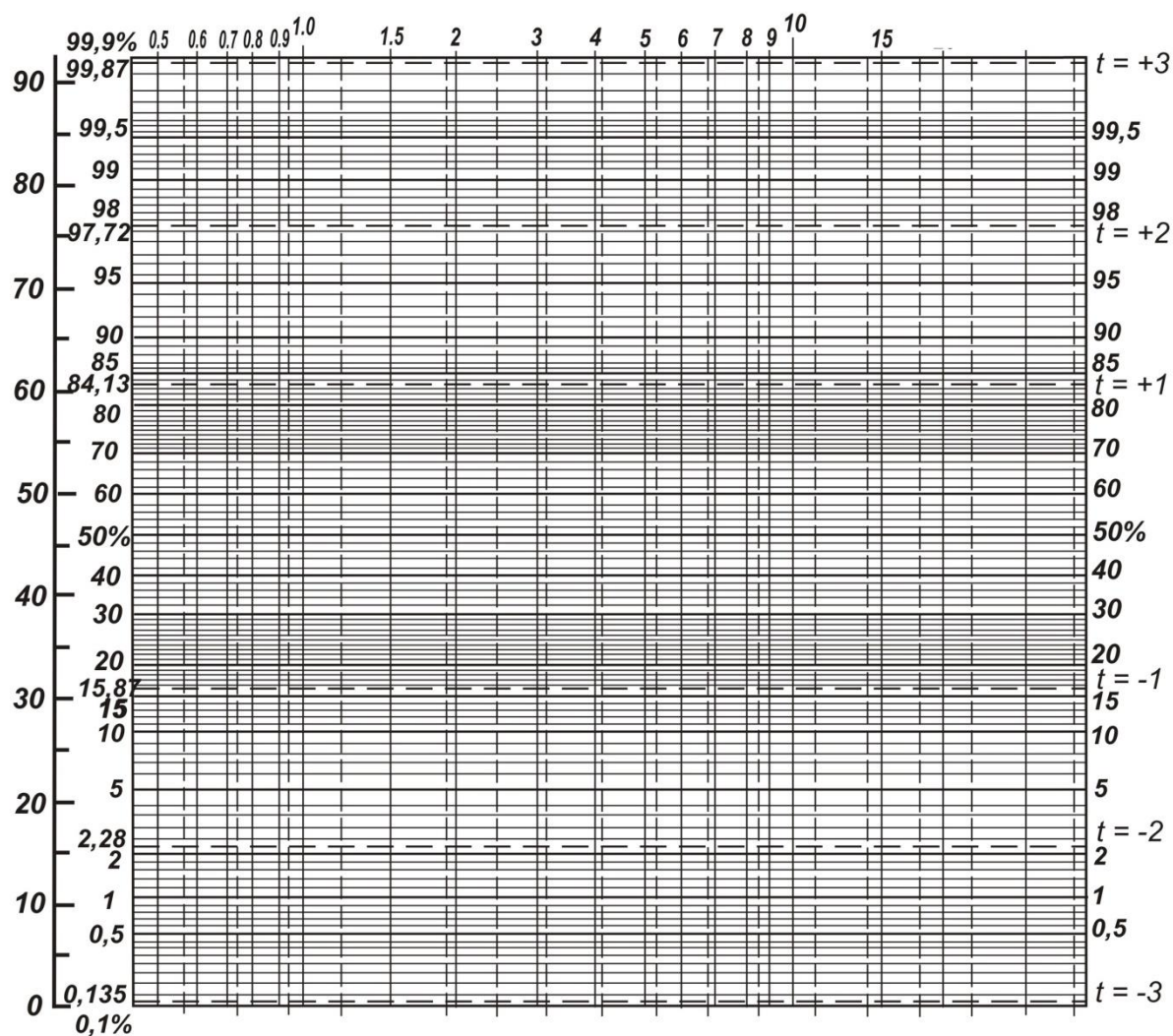
6. Рассчитать ряд зональности ***U***, ***Mo*** и ***Pb*** по методу С.В. Григоряна, следуя указаниям, изложенным выше.

7. Подготовить выводы по работе. В выводах дается качественное описание аномалий ***U***, ***Mo*** и ***Pb*** их форма, интенсивность, контрастность. Дается характеристика и оценка графикам изменения продуктивностей и их отношениям с глубиной, а также оцениваются коэффициенты корреляции и графики их изменений. Определить подрудные, рудные и надрудные элементы.

Распределение Стьюдента

f	$\alpha=0,05$	$\alpha=0,01$	f	$\alpha=0,05$	$\alpha=0,01$	f	$\alpha=0,05$	$\alpha=0,01$
1	12,71	63,66	12	2,18	3,06	23	2,07	2,81
2	4,30	9,93	13	2,16	3,01	24	2,06	2,80
3	3,18	5,84	14	2,15	2,98	25	2,06	2,79
4	2,78	4,60	15	2,13	2,95	26	2,06	2,78
5	2,57	4,03	16	2,12	2,92	27	2,05	2,77
6	2,45	3,71	17	2,11	2,90	28	2,05	2,76
7	2,37	3,50	18	2,10	2,88	29	2,05	2,76
8	2,31	3,36	19	2,09	2,86	30	2,04	2,75
9	2,26	3,25	20	2,09	2,85	40	2,02	2,70
10	2,23	3,17	21	2,08	2,83	60	2,00	2,66
11	2,20	3,11	22	2,07	2,82	120	1,98	2,62
							1,96	2,58

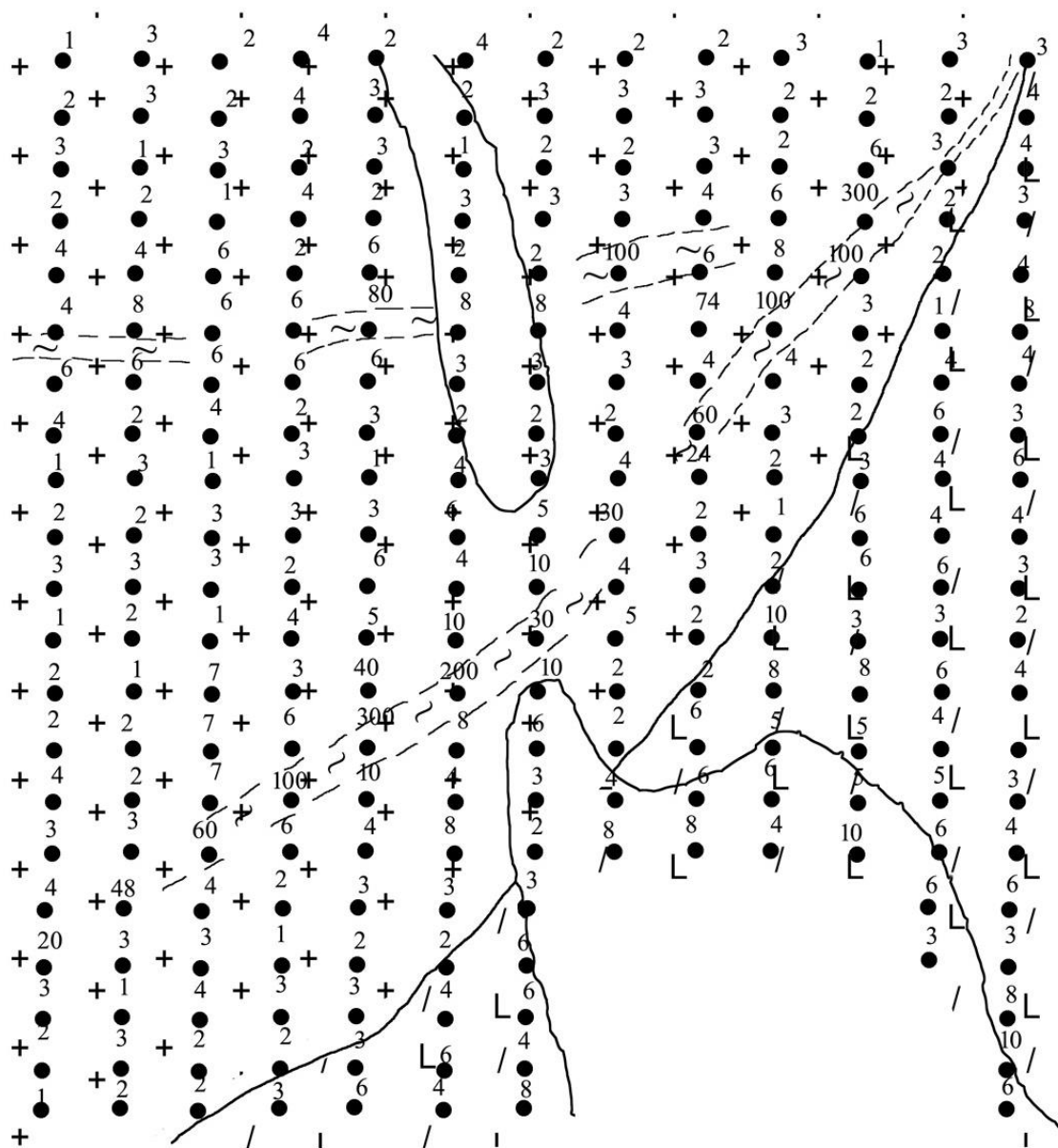
Вероятностный трафарет



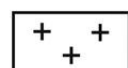
Параметр	Индекс	Э Л Е М Е Н Т Ы				
Среднее содержание	X_{cp}					
	M_o					
	M_e					
С т а н д а р т (стандартный множитель)	$\sigma(\epsilon)$					
Аномальные значения	$Ca_1 = Ca * \epsilon (Ca_1 = C\phi + \sigma)$					
	$Ca_2 = Ca * \epsilon (Ca_2 = C\phi + 2\sigma)$					
	$Ca_3 = Ca * \epsilon (Ca_3 = C\phi + 3\sigma)$					

Карта литохимического опробования
на участке рудопроявления меди

Масштаб 1:2000



Условные обозначение



Граниты



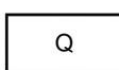
Зоны расщелачивания и гидро-термально измененные породы



Места отбора литохимических проб,
содержание меди $n \cdot 10^{-3} \%$



Эффузивно-осадочные
породы



Делювиально-пролювиальные
образования

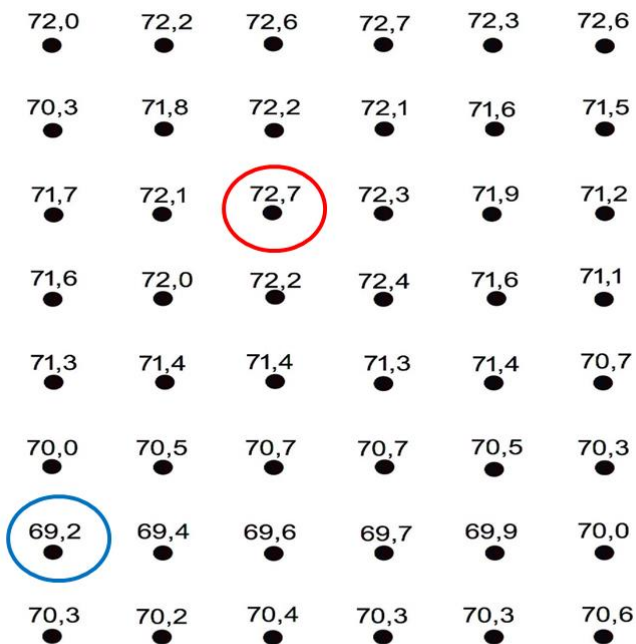
Для построения изолиний необходимо:

1. Определить сечение изолиний Δ ;
2. Для этого сначала найти max и min значения среди данных, далее по формуле определить Δ :

$$\Delta = (\max - \min) / n$$

где n – желаемое число линий на карте.

Например:



$$\max = 72,7$$

$$\min = 69,2$$

Принимаем число линий n равным 5

$$\text{Тогда: } \Delta = (72,7 - 69,2) / 5 = 0,7 \approx 0,5$$

Сечение изолиний должно быть кратным: 0,5; 1; 2; 5; 10; 15; 20; 25; 50; 100; 125; 150. и т.д.

При построении изолиний важно учитывать:

1. Изолинии в пределах карты НЕ ДОЛЖНЫ обрываться;
2. Изолинии в пределах карты НЕ ДОЛЖНЫ пересекаться;
3. В одну сторону от одной изолинии значения могут либо повышаться, либо понижаться. Но никак НЕ ДОЛЖНО наблюдаться и повышение, и понижение одновременно.

Библиографический список

1. Алексеенко В.А. Геохимические методы поисков месторождений полезных ископаемых / В. А. Алексеенко. — М.: Логос, 2005. — 354 с.
2. Алексеенко, В.А. Геоэкология: экологическая геохимия: Учебник / В.А. Алексеенко. - Рн/Д: Феникс, 2018. - 124 с.
3. Баженов, О.К. Геология и геохимия нефти и газа: Учебник / О.К. Баженов, Ю.К. Бурлин, Б.А. Соколов, В.Е. Хаин. - М.: Моск.университета, 2012. - 432 с.
4. Буланов, В.А. Геохимические методы поисков месторождений полезных ископаемых: учебное пособие для вузов / В. А. Буланов, С. А. Сасим. — 2-е изд., перераб. и доп. — М.: Издательство Юрайт, 2023. — 165 с.
5. Ворошилов В.Г. Геохимические методы поисков месторождений полезных ископаемых: учебное пособие / В.Г. Ворошилов; Томский политехнический университет. — Томск; Изд-во Томского политехнического университета, 2011. — 104 с.
6. Инструкция по геохимическим методам поисков рудных месторождений / Григорян С.В., Кузин М.Ф., Соловов А.П., под ред. Овчинников Л.Н. Недра, Москва, 1983 г., 191 стр.
7. Перельман А. И., Касимов Н. С. Геохимия ландшафта А. И. Перельман, Н. С. Касимов. — М.: Изд-во МГУ, 1999. — 768 с.
8. Перельман, А.И. Геохимия / А.И. Перельман. - М.: Ленанд, 2015. - 528 с.
9. Соловов А.П. Геохимические методы поисков месторождений полезных ископаемых / А. П. Соловов. — М.: Недра, 1985. — 294 с.
10. Толстой М.И. Некоторые вопросы оценки металлоносности геологических образований и обнаружения эндогенных геохимических ореолов [Текст] / Киевский ордена Ленина гос. ун-т им. Т. Г. Шевченко. - Киев: Изд-во Киев. ун-та, 1964. - 152 с.
11. Филатова, Е.В. Геохимия природных и техногенно измененных биосистем / Е.В. Филатова. - М.: Научный мир, 2006. - 280 с.
12. Шестаков Ю.Г. Математические методы в геологии: учебное пособие для студентов геологических специальностей / Ю.Г. Шестаков; Красноярск: Изд-во Краснояр. Ун-та, 1988. —208 с.